

 回憶一下

1. 和的平方： $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \Rightarrow a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ 。
2. 差的平方： $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2 \Rightarrow a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$ 。
3. 平方差： $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 。

1. 試利用差的平方公式： $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ，計算 $0.99^2=$ _____。

答

2. 已知兩正方形，其邊長分別為 113 公分與 13 公分，試利用平方差公式：
 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ ，計算兩正方形面積相差_____平方公分。

答

3. 已知 $a>b$ ，且 $a+b=12$ ， $ab=7$ ，試回答下列問題：

(1) $a^2+b^2=$ _____。

(2) $a-b=$ _____。

(3) $a^2-b^2=$ _____。

答

4. 求 $\frac{1987^2 - 2 \times 1987 \times 7 + 7^2}{1980^2} \times \frac{1994}{1987^2 - 7^2} =$ _____。

(答)

5. 若 $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \cdots (2^{256}+1) = 2^n - 1$ ，則 $n =$ _____。

(答)

銜接高中內容

答

1. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$ 。
2. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$ 。
3. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$ 。
4. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$ 。

進階練習題

1. 試利用 $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ ，
展開 $(2x-3)^3 =$ _____。

答

2. 試利用 $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ，
因式分解 $8x^3 + 27y^3 =$ _____。

答

3. 已知 $x + \frac{1}{x} = 5$ ，試求下列各值：

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ _____。(提示：將 $x + \frac{1}{x} = 5$ 兩邊平方)

(2) $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ _____。

(提示：利用 $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$ 計算之)

答

4. 因式分解下列各式：

(1) $(a+b)^2 - c^2 =$ _____。

(2) $16x^4 - 625 =$ _____。

(3) $x^6 - 1 =$ _____。

答

5. 展開並化簡下列各式：

(1) $(3 - 2\sqrt{2})^3 =$ _____。

(2) $(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2) - (3x + 2y)(9x^2 - 6xy + 4y^2) =$ _____。

答



► 回憶一下

1. 因式分解：

將一個多項式 $f(x)$ 分解成數個多項式 $g_1(x), \dots, g_n(x)$ 的乘積，

即 $f(x) = g_1(x) \times \cdots \times g_n(x)$ 。



例如： $2x^2 - 5x + 2 = (2x - 1)(x - 2)$ 。

2. 承 1.，其中 $g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x)$ 為 $f(x)$ 之因式。

基礎練習題

1. 利用提公因式法因式分解：

(1) $(x+3)(3x+7) + (x+3) =$ _____。

(2) $(2x+1)(2x+3) - (3x-4)(2x+3) =$ _____。

(3) $(x-3)^2 + (2x+1)(3-x) =$ _____。

答

2. 利用乘法公式因式分解：

(1) $x^2 - 64 =$ _____。 (提示： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$)

(2) $x^2 - 8x + 16 =$ _____。 (提示： $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$)

(3) $(2x + 3)^2 + 6(2x + 3) + 9 =$ _____。

答

3. 利用十字交乘法因式分解：

(1) $5x^2 + 8x + 3 =$ _____。

(2) $21x^2 + 22x - 8 =$ _____。

(3) $(2x + 1)^2 - 3(2x + 1) - 28 =$ _____。

答

4. 因式分解下列各式：

(1) $x^2 - 6x - ax + 6a =$ _____。

(2) $x^2 - y^2 - 2x + 1 =$ _____。

(3) $6(x+y)^2 - 5(x^2 - y^2) - (x-y)^2 =$ _____。

答

5. 因式分解 $(3x+2)(-x^6+3x^5) + (3x+2)(-2x^6+x^5) + (x+1)(3x^6-4x^5)$
 $=$ _____。

【103 會考】

答

銜接高中內容

1. 給定 $f(x)$ 、 $g(x)$ 與 $q(x)$ 三多項式且為非零多項式。若 $f(x)=g(x)q(x)$ ，此時 $g(x)$ 與 $q(x)$ 稱為 $f(x)$ 的因式， $f(x)$ 為 $g(x)$ 與 $q(x)$ 的倍式。
2. 因式定理：

若 $ax+b$ ($a \neq 0$) 為非零多項式 $f(x)$ 之因式，則 $f(-\frac{b}{a})=0$ 。

進階練習題

1. 因式分解下列各式：

(1) $8x^3 - 27 =$ _____。

(2) $(x^2 + 2)(x^4 - 2x^2 + 4) - (x^2 + 2)(x^4 + 2x^2 + 4) =$ _____。

答

2. 因式分解下列各式：

(1) $x^4 - 10x^2 + 9 =$ _____。

(2) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 63 =$ _____。

答

3. 因式分解下列各式：

(1) $x^4 + 7x^2 + 16 =$ _____。

(2) $x^4 + 64 =$ _____。

答

4. 已知 $2x + 3$ 為 $8x^2 + ax + 9$ 的因式，求 $a =$ _____。

答

5. 設 a 、 b 為實數，若 $x^4 - 3ax^2 + bx + 4$ 之其中兩因式為 $2x + 2$ 與 $x - 2$ ，

求 $a + b =$ _____。

答

 回憶一下

1. 設 m 、 n 為整數， a 、 b 為實數且 $ab \neq 0$ ，則：

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ 。

(2) $(a^m)^n = a^{m \times n}$ 。

(3) $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ 。

(4) $a^0 = 1$ 。

 0^0 無意義。

2. 科學記號：將一正數表示成 $a \times 10^n$ 形式，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 為整數。

 基礎練習題

1. 試求下列各值：

(1) $-3^4 - 7^2 - \frac{2^6}{(-2)^4} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $-4^3 + (-5)^0 + (-2)^4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



2. 試求下列各值：

(1) $(-3)^3 \times (-3)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $(2^2)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $(\frac{-2}{3})^4 \times (\frac{3}{4})^4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 將下列各數以科學記號表示之：

(1) $0.0000123 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $12300000 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $12300 \times 10^{-16} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答

4. 若 $a = 6.7 \times 10^{-7}$ ， $b = 4.5 \times 10^{-8}$ ，則：

(1) $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $a - b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答

5. 若 $a = 2.6 \times 10^9$ ， $b = 2 \times 10^4$ ，則：

(1) $a \times b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $a \div b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答

6. 小明在網路上搜尋水資源的資料如下：「地球上水的總儲量為 $1.36 \times 10^{18} \text{ m}^3$ ，其中可供人類使用的淡水只占全部的 0.3%。」根據他搜尋到的資料，判斷可供人類使用的淡水有 $\underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^3$ 。

【103 會考】

答

銜接高中內容

1. 設 a 為實數， $a > 0$ 。

若 m 為整數， n 為大於 1 之正整數，則：

(1) $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ 。

(2) $a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ 。

2. 設 m 、 n 、 a 、 b 均為實數，且 $a > 0$ ， $b > 0$ ，則：

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ 。

(2) $(a^m)^n = a^{m \times n}$ 。

(3) $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ 。

(4) $a^0 = 1$ 。

進階練習題

(1) $3^{\frac{1}{2}}$ 。 (2) $2^{-\frac{1}{3}}$ 。 (3) $3^{\frac{2}{3}}$ 。 (4) $3^{\frac{3}{2}}$ 。

答

2. 試求下列各值：

(1) $(\frac{4}{9})^{-\frac{3}{2}}$ 。 (2) $\frac{5^{-0.3} \times 5^{-2.9}}{5^{-0.2}}$ 。

答

3. (1) 已知 $a^{\frac{3}{2}} = 27$ ，求 $a =$ _____。

(2) 已知 $8^b = 729$ ，求 $4^{-b} =$ _____。

答

4. 若 a 為實數，且 $a > 0$ ，且已知 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 10$ ，試求下列之值：

(1) $a + a^{-1} =$ _____。

(2) $a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} =$ _____。

(3) $a^2 + a^{-2} =$ _____。

答

5. 試求下列各式之值：

(1) $(0.729)^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{81}{25}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{3}{5}\right)^2 =$ _____。

(2) $(4 + \sqrt{7})^{\frac{3}{2}} (4 - \sqrt{7})^{\frac{3}{2}} =$ _____。

(3) $\sqrt{\sqrt{8}} \cdot \sqrt[8]{4} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{64}} =$ _____。

答



► 回憶一下

1. 由數字和文字（如 x 、 y 、 $\dots$ ）進行加法與乘法運算所組成的式子，稱為多項式。

【註】文字符號不可出現在分母、絕對值、指數、根號中。

2. 多項式的加減運算：同類項合併。

$$\begin{aligned}\text{例如：} & (4x^2 + 5x - 2) + (-3x^2 - 3) \\ &= (4x^2 - 3x^2) + (5x) + (-2 - 3) \\ &= x^2 + 5x - 5.\end{aligned}$$

【註】一般而言，沒特別說明習慣以降冪排列之。

3. 多項式的乘法運算：分配律乘開，再同類項合併。

$$\begin{aligned}\text{例如：} & (3x - 2)(2x + 5) \\ &= 6x^2 + 15x - 4x - 10 \\ &= 6x^2 + (15x - 4x) - 10 \\ &= 6x^2 + 11x - 10.\end{aligned}$$

基礎練習題

1. 已知 $A = x^2 + 3x - 2$ ， $B = -3x^2 - 5x$ ，試化簡下列各式：

(1) $3A + B =$ _____。

(2) $A \times B =$ _____。

【答】

2. 展開 $(2x+1)(x-1)-(x^2+x-2)=$ _____。

【105 會考】

答

3. 展開 $(2x-3)(3x+4)=$ _____。

【108 會考】

答

4. 已知 A 、 B 兩多項式，若 $A+B=x^2+3x+5$ ， $A-B=3x^2-11x-11$ ，則多項式
 $A=$ _____， $B=$ _____。

答

5. $(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4+6x^5)^2$ 之 x^4 係數= _____， x^9 係數= _____，常數項= _____。

答

銜接高中內容

1. 一個 x 的多項式常寫成 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ ，其中 $a_n, a_{n-1}, \cdots, a_1, a_0$ 均為常數。
2. 除法原理：已知 $f(x), g(x)$ 為兩個多項式，且 $g(x) \neq 0$ 。
若 $f(x) \div g(x)$ 得商式為 $q(x)$ ，餘式為 $r(x)$ ，則可得 $f(x) = g(x)q(x) + r(x)$ ，
其中 $r(x) = 0$ 或 $\deg[r(x)] < \deg[g(x)]$ 。

進階練習題

1. 設 $f(x) = 3x^5 + 4x^2 - 3x - 2, g(x) = x^2 - 2$ ，試求：
 - (1) $f(x) + 3g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - (2) $2f(x) - (x+1)g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - (3) $f(x) \div g(x)$ 之商式 = $\underline{\hspace{2cm}}$ ，餘式 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答

2. 設 $f(x) = 4x^3 - 3x + 4, g(x) = x^2 + x - 1$ ，求 $f(x) \div g(x)$ 之商式 $q(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ ，餘式 $r(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答

3. 設多項式 $f(x)$ 除以 $x-5$ 得商式為 $2x+3$ ，餘式為 5 ，則此多項式 $f(x)$ 除以 $2x-1$ 所得之商式 = _____，餘式 = _____。

答

4. 已知 $f(x)$ 除以 $ax+b$ 的商式 $q(x)$ ，餘式 $r(x)$ ，試回答下列問題：

(1) 若 $f(x)$ 除以 $(x+\frac{b}{a})$ ，則商式 = _____，餘式 = _____。

(2) 若 $cf(x)$ 除以 $ax+b$ ，則商式 = _____，餘式 = _____。

(3) 若 $f(\frac{x}{a})$ 除以 $x+b$ ，則商式 = _____，餘式 = _____。

答

5. 設有兩多項式 $f(x)$ 、 $g(x)$ ，且 $\deg[f(x)] = m$ ， $\deg[g(x)] = n$ ， $m > n$ ，則：

(1) $\deg[f(x)+g(x)] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\deg[f(x)-g(x)] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\deg[f(x) \cdot g(x)] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答



1. 若 $a > b$ ，則

$$(1) c > 0, \begin{cases} a+c > b+c \\ a-c > b-c \\ ac > bc \\ \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \end{cases} \circ$$

$$(2) c < 0, \begin{cases} a+c > b+c \\ a-c > b-c \\ ac < bc \\ \frac{a}{c} < \frac{b}{c} \end{cases} \circ$$

2.(1) 若 $0 < a < b$ ，則 $a^2 < b^2$ 。

(2) 若 $a < b < 0$ ，則 $a^2 > b^2$ 。

(3) 若 $a < b$ ，則 a^2, b^2 無法比較。



基礎練習題

1. 若 $-1 \leq x \leq 2$ ， $p = \frac{1}{2}(3x-1)$ ，則 p 的範圍為 _____。

2. 若 $-2 < a < 3$ ， $-1 < b < 4$ ，則下列範圍為何？

(1) $2a - 3b$ 。

(2) $a^2 + b^2$ 。

(3) ab 。

(提示：利用加法喔！)

答

3. 解下列一元一次不等式：

(1) $4x + 1 \leq 4 + x$ 。

(2) $5(2x + 3) - 2x < 7(x + 5)$ 。

答

4. 解不等式 $\frac{4x-1}{3} < \frac{3x+2}{2} - \frac{1}{3}$ 。

答

5. 已知 a 為實數，且 $a < 0$ ，則 $3ax < 5a$ 之解為 _____

答

6. 老師有橘子若干顆，要分給若干個學生。若每人分 3 顆，則剩下 8 顆；若每人分 5 顆，則最後一位同學，有拿到橘子，但未達 5 顆，試問老師有橘子多少顆？學生人數共有多少人？

答

銜接高中內容

解二次不等式，讓我們舉例說明：

$$x^2 - 2x - 3 < 0,$$

① 觀察 $y = f(x) = x^2 - 2x - 3$ 的圖形。

利用配方法可得 $y = x^2 - 2x - 3 = (x^2 - 2x + 1) - 3 - 1 = (x - 1)^2 - 4$ 。

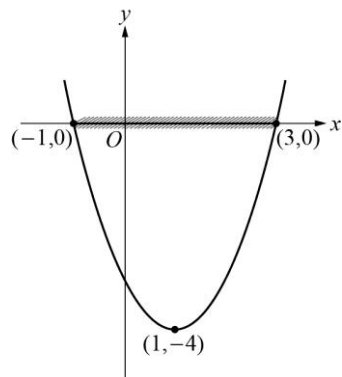
② 求出 $y = f(x) = x^2 - 2x - 3$ 與 x 軸之交點。

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0。$$

統整上述①②，即可畫出右邊圖形，

觀察後可發現：

- (1) 若 $-1 < a < 3$ ，則 $f(a) < 0$ 。(x 軸下方)
- (2) 若 $a > 3$ 或 $a < -1$ ，則 $f(a) > 0$ 。(x 軸上方)
- (3) 若 $a = 3$ 或 $a = -1$ ，則 $f(a) = 0$ 。



進階練習題

1. 解下列二次不等式：

(1) $x^2 + x - 2 < 0$ 。

(2) $-x^2 - x + 2 < 0$ 。

答

2. 解不等式 $2x^2 + 2x - 3 < 0$ 。

答

3. 解不等式 $2x^2 - 2x - 1 > 0$ 。

答

4. 解不等式 $x^2 + 6x + 9 > 0$ 。

答

5. 解不等式 $x^2 - x + 3 > 0$ 。

答



1. 若 $a \neq 0$ ，且 a 、 b 、 c 為實數， $y = ax^2 + bx + c$ 稱為二次函數，其圖形為拋物線。

2. 利用配方法：

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$= a \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \right] + c - a \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$$

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}。$$

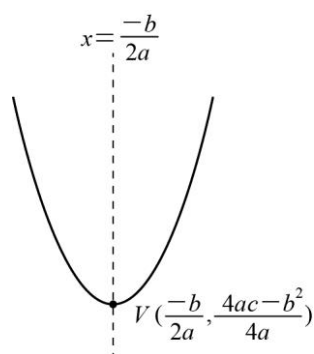
(1) 頂點坐標 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$ 。

(2) 對稱軸： $x = -\frac{b}{2a}$ 。

(3) 開口方向：若 $a > 0$ ，則開口向上；若 $a < 0$ ，則開口向下。

(4) 開口大小：若 $|a|$ 愈大，開口愈小；若 $|a|$ 愈小，開口愈大。

$a > 0$

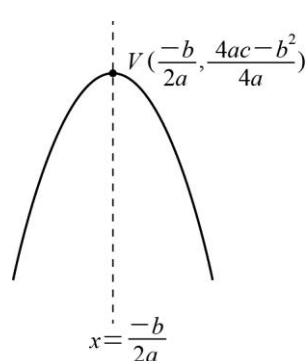


頂點為此函數之最低點

$\Rightarrow$ 當 $x = -\frac{b}{2a}$ 時，

y 有最小值 $= \frac{4ac - b^2}{4a}$ 。

$a < 0$



頂點為此函數之最高點

$\Rightarrow$ 當 $x = -\frac{b}{2a}$ 時，

y 有最大值 $= \frac{4ac - b^2}{4a}$ 。

 基礎練習題

1. 二次函數 $y=2x^2+12x+22$ 之頂點_____，對稱軸_____，
當 $x=_____$ ， y 有最_____值為_____。

[答]

2. 將二次函數 $y=ax^2-6x+2$ 向左平移 3 個單位長，再向上平移 5 個單位長後，會與 $y=-x^2+bx+c$ 的圖形重合，則 $b-c=_____$ 。

[答]

3. 若二次函數之對稱軸 $x=1$ ，且通過 $(-1, 6)$ ， $(2, 3)$ ，
則此二次函數為_____。

[答]

4. 已知二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形如右，則

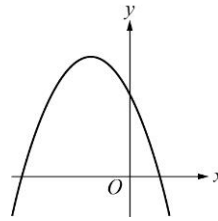
(1) a _____ 0。

(2) b _____ 0。

(3) c _____ 0。

(4) $b^2 - 4ac$ _____ 0。

(提示)



係數	判斷法則
a	開口方向：開口向上 $\Rightarrow a > 0$ ；開口向下 $\Rightarrow a < 0$ 。
b	利用對稱軸 $x = \frac{-b}{2a}$ 的正負號。
c	與 y 軸交點坐標為 $(0, c)$ 。
$b^2 - 4ac$	與 x 軸的交點個數： 若兩個交點，則 $b^2 - 4ac > 0$ 。 若一個交點（重根），則 $b^2 - 4ac = 0$ 。 若沒有交點，則 $b^2 - 4ac < 0$ 。

答

5. 坐標平面上，某二次函數的頂點為 $(2, -1)$ ，此函數圖形與 x 軸相交於 P 、 Q 兩點，且 $\overline{PQ} = 6$ 。若此函數通過 $(1, a)$ 、 $(3, b)$ 、 $(-1, c)$ 、 $(-3, d)$ 四點，則 a 、 b 、 c 、 d 之值何者為正？

【105 會考】

答

6. 坐標平面上，二次函數 $y = -x^2 + 6x - 9$ 的圖形的頂點為 A ，且此函數圖形與 y 軸交於 B 點。若在此函數圖形上取一點 C ，在 x 軸上取一點 D ，使得四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，則 D 點坐標為何？

【104 會考】

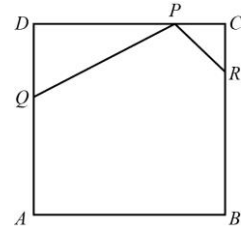
答

7. 已知坐標平面上有一直線 L ，其方程式為 $y + 2 = 0$ ，且 L 與二次函數 $y = 3x^2 + a$ 的圖形相交於 A 、 B 兩點；與二次函數 $y = -2x^2 + b$ 的圖形相交於 C 、 D 兩點，其中 a 、 b 為整數。若 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{CD} = 4$ ，則 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【107 會考】

答

8. 如右圖，正方形 $ABCD$ 是一張邊長為 12 公分的皮革。皮雕師傅想在此皮革兩相鄰的角落分別切下 $\triangle PDQ$ 與 $\triangle PCR$ 後得到一個五邊形 $PQABR$ ，其中 $\overline{PD} = 2\overline{DQ}$ ， $\overline{PC} = \overline{RC}$ ，且 P 、 Q 、 R 三點分別在 $\overline{CD}$ 、 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 上，如右圖所示。

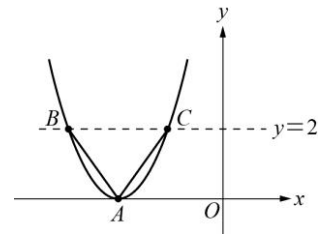


- (1) 當皮雕師傅切下 $\triangle PDQ$ 時，若 $\overline{DQ}$ 長度為 x 公分，請以 x 表示此時 $\triangle PDQ$ 的面積。
 (2) 承(1)，當 x 的值為多少時，五邊形 $PQABR$ 的面積最大？

【105 會考】

答

9. 如右圖，坐標平面上有一頂點為 A 的拋物線，此拋物線與方程式 $y=2$ 的圖形交於 B 、 C 兩點，且 $\triangle ABC$ 為正三角形。若 A 點坐標為 $(-3, 0)$ ，則此拋物線與 y 軸的交點坐標為何？ 【108 會考】



答

10. 已知二次函數 $y = -x^2 + 4x + 9$ ，求在下列 x 範圍中的最大值與最小值。

(1) $0 \leq x \leq 5$

(2) $3 \leq x \leq 6$

答